

**Сегодня:
понедельник, 16
октября 2023 г.**

Общая физика. Часть 2

***Лекция:* Зонная теория электропроводности.**

1. Волновые свойства частиц
2. Движение в потенциальной яме
 3. Энергия Ферми
 4. Зонная структура
 5. Полупроводники

Распределение Ферми–Дирака

При $T = 0$ К в металлах это ступенька, ограниченная энергией Ферми E_F

При $E = \mu$, $f(E) = 1/2$.

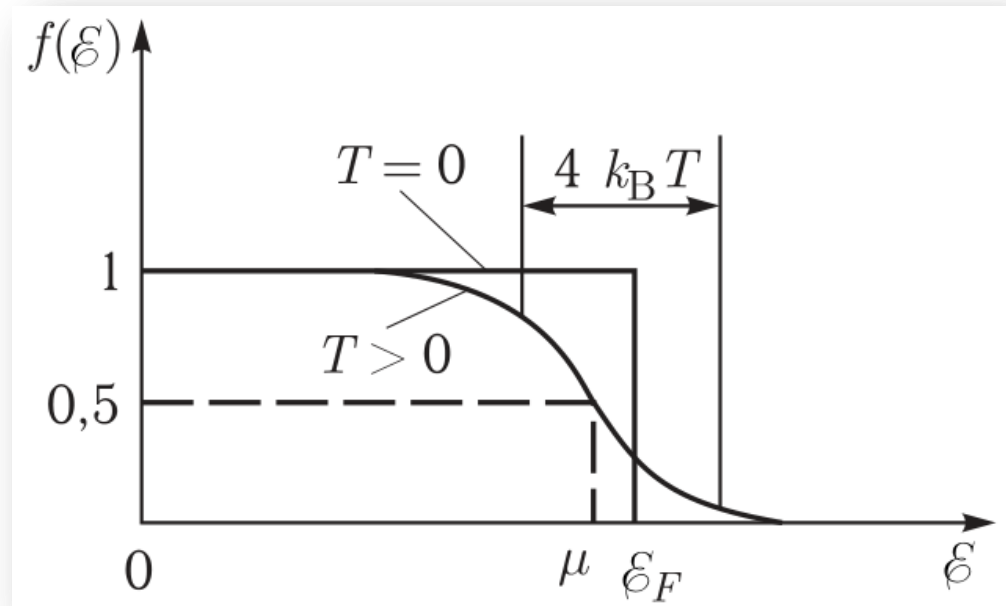
Химический потенциал μ равен энергии состояния, вероятность заполнения которого равна $1/2$

Вырожденный газ - электронный газ вблизи 0К

$$\mu = E_F \left(1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{E_F} \right)^2 \right)$$

С ростом T ступенька размывается ($4kT$) в окрестности E_F

$$s_z = \pm \frac{1}{2} \hbar, \pm \frac{3}{2} \hbar, \pm \frac{5}{2} \hbar, \dots$$
$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{kT}\right) + 1}$$



Закон Видемана-Франца

Зонная теория: в тепловом движении участвуют **только** фермиевские электроны (электроны с энергией близкой к энергии E_F .) Приобретенная ими энергия в результате теплового движения $kT \ll E_F$

В классическая теория предполагается, что **все** электроны проводимости участвуют в тепловом движении, и их энергия $E \sim kT$!

Средняя энергия электрона с использованием распределения

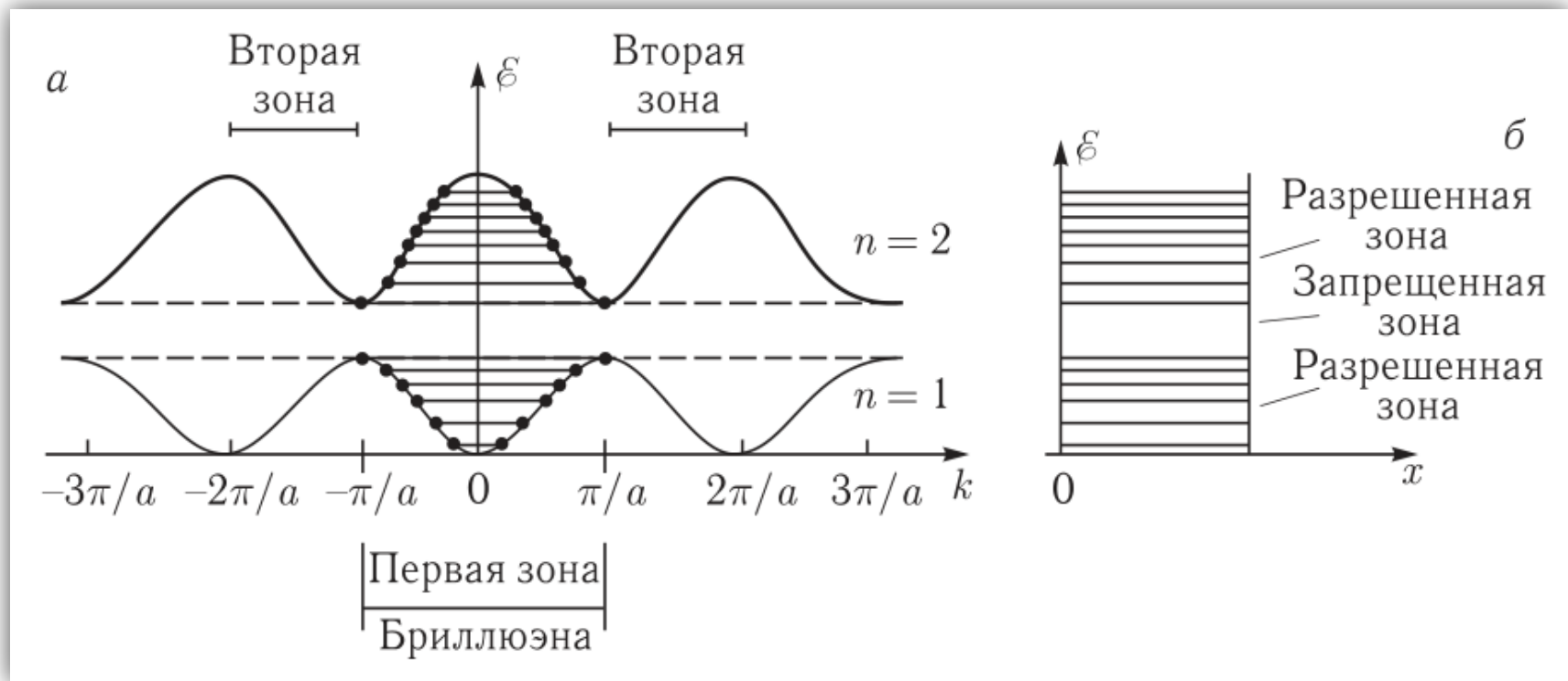
$$\bar{E} = \frac{3}{5} \mu \left(1 + 2 \frac{k^2 T^2}{\mu^2} \right)$$

удельная теплоемкость электронного газа

$$c_V = \frac{1}{m} \frac{d\bar{E}}{dT} = \frac{12k^2}{5m\mu} T$$

закон Видемана-Франца

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{2}{3} \frac{m^2 u^2 c_V}{e^2} = 3,2 \left(\frac{k}{e} \right)^2 T$$



Число квантовых ячеек в зоне Бриллюэна будет равно числу ионов в цепочке длиной $L \gg a$

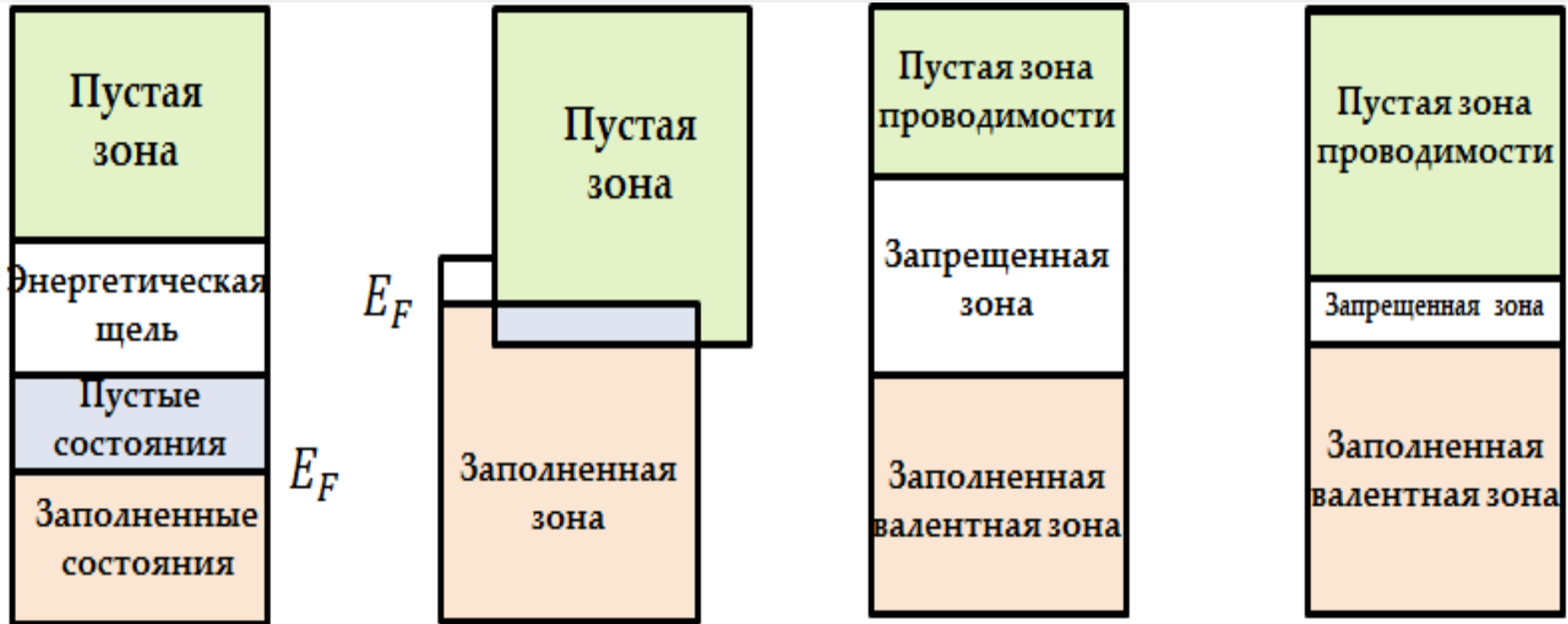
$$N_{\text{яч}} = \frac{2\pi/a}{2\pi/L} = \frac{L}{a} = N$$

Если в каждой ячейке 2 электрона с противоположными спинами

$$N_{\text{яч}} = \frac{L_x L_y L_z}{a_x a_y a_z} = N$$

$$N_{\text{зон}} = \frac{N_e}{2N_{\text{яч}}} = \{N_e = ZN\} = \frac{Z}{2}$$

При 0 К возможно существование четырёх типов зонной структуры



Движение электрона в периодическом поле кристалла под действием внешнего поля

Пусть на вещество действует внешнее поле E ,
тогда сила, действующая на электрон

$$\vec{F} = -e\vec{E}$$

Скорость движения электрона

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$$

За время dt внешняя сила F
совершает работу по перемещению

$$\begin{aligned} dA &= v_g dt \cdot F \\ &= \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} dt \cdot F \end{aligned}$$

Продифференцируем по времени
выражение для групповой скорости и
определим ускорение электрона

$$F = \hbar \frac{dk}{dt} \rightarrow \frac{dk}{dt} = \frac{F}{\hbar}$$

$$a_e = \frac{dv_g}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dt} \left(\frac{dE}{dk} \right) = \frac{1}{\hbar} \frac{d^2 E}{dk^2} \frac{dk}{dt} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2} F$$

Эффективная масса

$$m^* = \frac{\hbar^2}{\frac{d^2 E}{dk^2}}$$

1. Вблизи дна зоны (A)

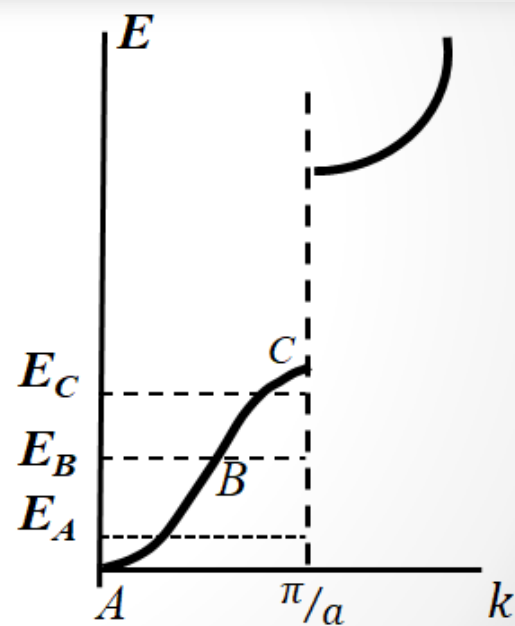
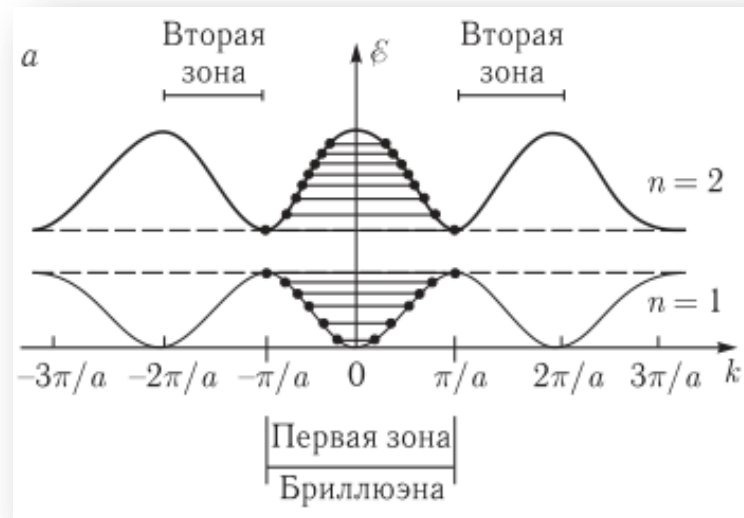
$$\frac{d^2 E}{dk^2} > 0, \quad m^* > 0$$

2. В точке перегиба (B)

$$\frac{d^2 E}{dk^2} = 0, \quad m^* = \infty$$

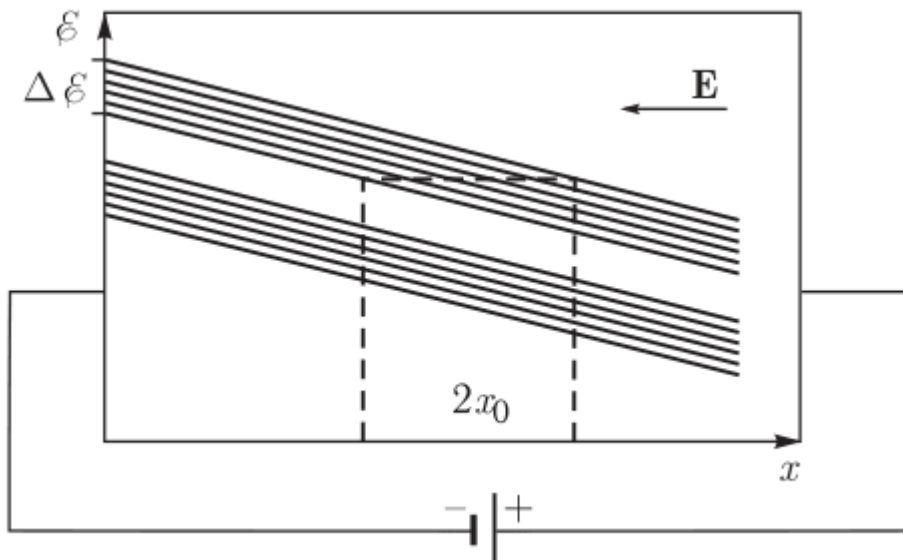
3. Вблизи потолка зоны (C)

$$\frac{d^2 E}{dk^2} < 0, \quad m^* < 0$$



Физический смысл эффективной массы

состоит в том, что она учитывает взаимодействие электрона с кристаллической решеткой



В присутствии внешнего поля E к дискретной энергии электрона добавляется потенциальная энергия

$$U = -|e|Ex$$

При его движении вдоль проводника (координаты x) полная энергия :

$$\varepsilon - |e|Ex = const$$

Поэтому энергетические уровни «наклоняются», и электрон будет двигаться в пределах одной зоны шириной ΔE , отражаясь от границ зоны. Следовательно, **в идеальном кристалле электрический ток отсутствует.**

Чтобы электрон не изменял направление своей скорости и, следовательно, протекал электрический ток, он не должен достигать энергетического потолка зоны, в которой он находится.

Для этого необходимо время от времени «отбирать» у него часть постоянно нарастающего квазиимпульса.

Это и происходит в действительности: часть своего квазиимпульса электрон отдает при каждом акте рассеяния на тепловых колебаниях решетки (тепловые фононы), а также при взаимодействии с примесями.

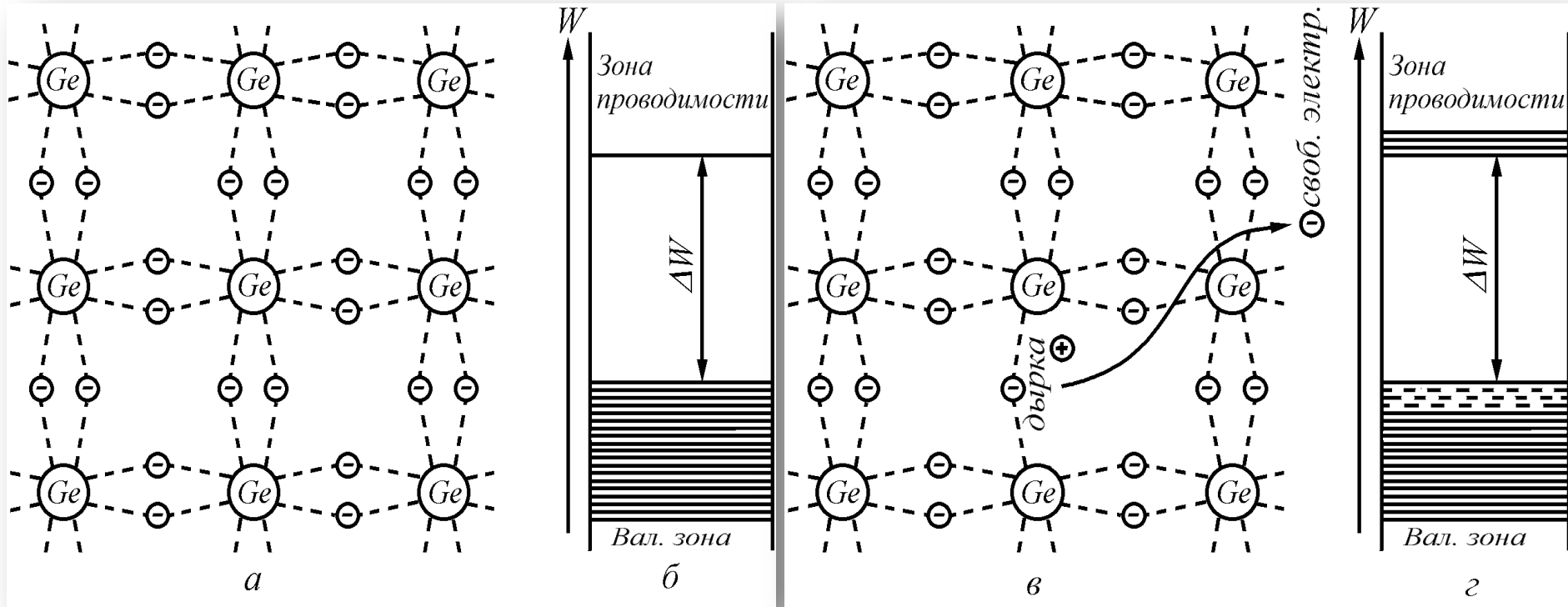
Задача тепловых фононов и примесей: чтобы не дать «электрону-волне» достичь такой длины волны, при которой наступит сильное отражение.

Полупроводники

Собственные полупроводники – вещества, электрические свойства которых обусловлены особенностями электронной структуры присущей веществу в чистом виде

Примесные полупроводники – особенности электрических свойств связаны с наличием примесных атомов

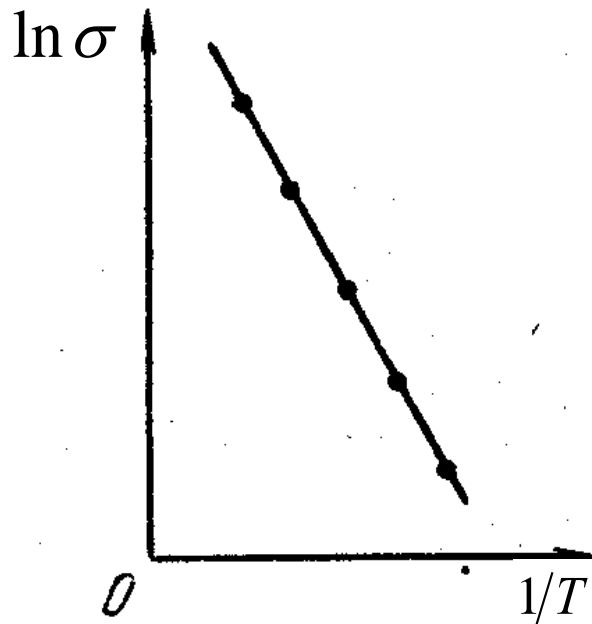
СОБСТВЕННЫЕ ПОЛУПРОВОДНИКИ



В полупроводнике имеются два типа носителей заряда

$$\sigma = n|e|(\mu_n + \mu_e) = p|e|(\mu_n + \mu_e) = n_i|e|(\mu_n + \mu_e)$$

Удельная электропроводность
для **собственных**
полупроводников линейно
зависит от температуры



$$E_a = \frac{E_g}{2}$$

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

$$\ln \sigma = \ln \sigma_0 - \frac{E_g}{2kT}$$

Концентрация носителей в полупроводниках

концентрация электронов:

$$n_c = 2 \left(\frac{m_c kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left[\frac{\mu - E_c}{kT} \right]$$

концентрация дырок

$$n_v = 2 \left(\frac{m_v kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left[\frac{-\mu + E_v}{kT} \right]$$

Произведение концентраций не зависит от положения уровня химического потенциала

$$n_c n_v = 4 \left(\frac{kT}{2\pi\hbar^2} \right)^3 (m_c m_v)^{3/2} \exp \left[-\frac{E_g}{kT} \right]$$

В чистом полупроводнике с собственной проводимостью концентрации электронов и дырок равны. Извлекая корень

$$n_c = n_v = 2 \left(\frac{kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_c m_v)^{3/4} \exp \left[-\frac{E_g}{2kT} \right]$$
$$= n_0 \exp \left[-\frac{E_g}{2kT} \right]$$

Концентрация собственных носителей в полупроводнике зависит от T , ширины запрещенной зоны, и не зависит от положения химического потенциала μ

$$n_0 = 2 \left(\frac{kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_c m_v)^{3/4}$$

Приравнивая концентрации электронов и дырок, значение химического потенциала в собственных полупроводниках

$$\mu = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_v}{m_c}$$

$$\mu = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_V}{m_C}$$

При $T = 0$ уровень химического потенциала находится точно посередине между дном зоны проводимости и потолком валентной зоны

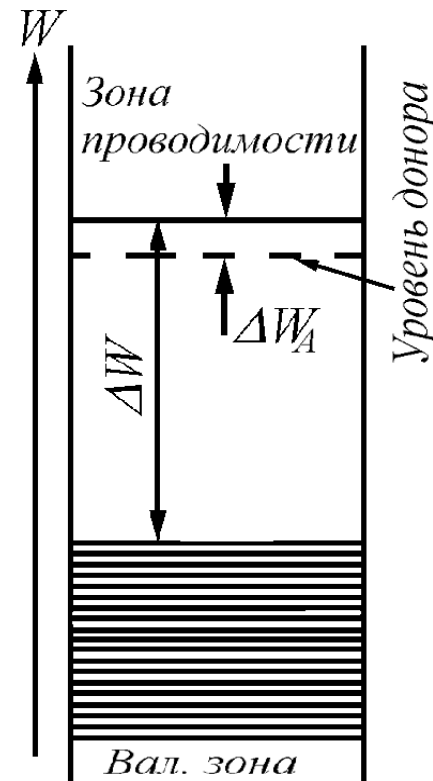
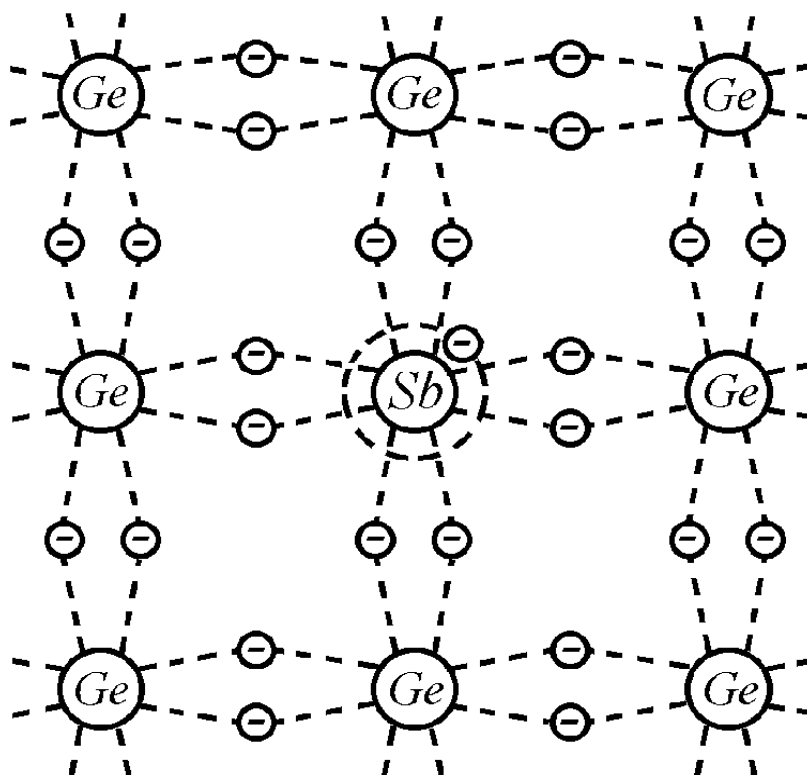
Такое же положение он занимает при конечных T , если $m_C = m_V$

Если эффективные массы электронов и дырок не равны, то с ростом T уровень μ смещается в сторону зоны с меньшей эффективной массой.

Примесные полупроводники

IV валентный + V валентный
(P, As, Sb)
(Si, Ge)

ПОЛУПРОВОДНИК n-ТИПА

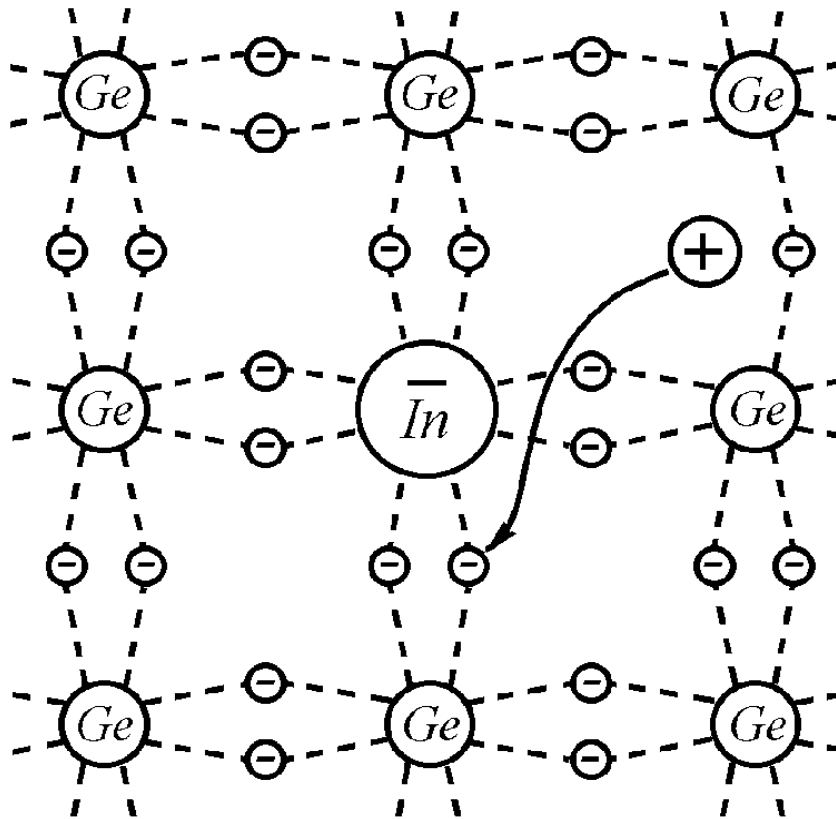


$T = 0 K$

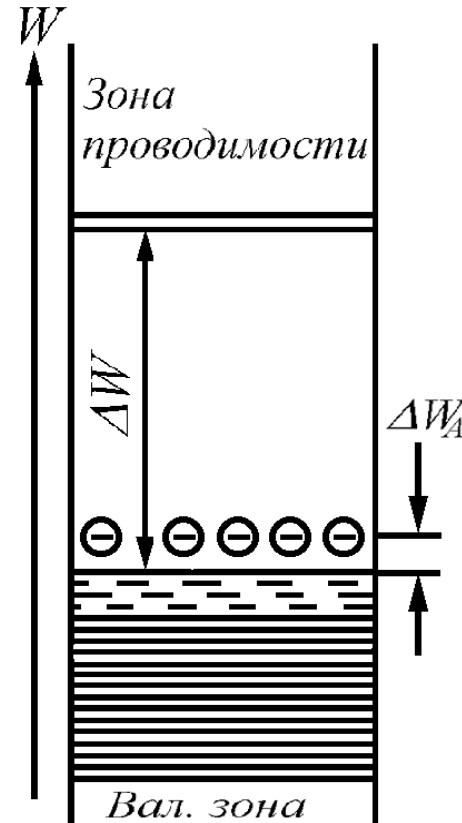
при небольшой термической активации отдают электроны
в объем полупроводника

Примесные полупроводники

ПОЛУПРОВОДНИК p-ТИПА

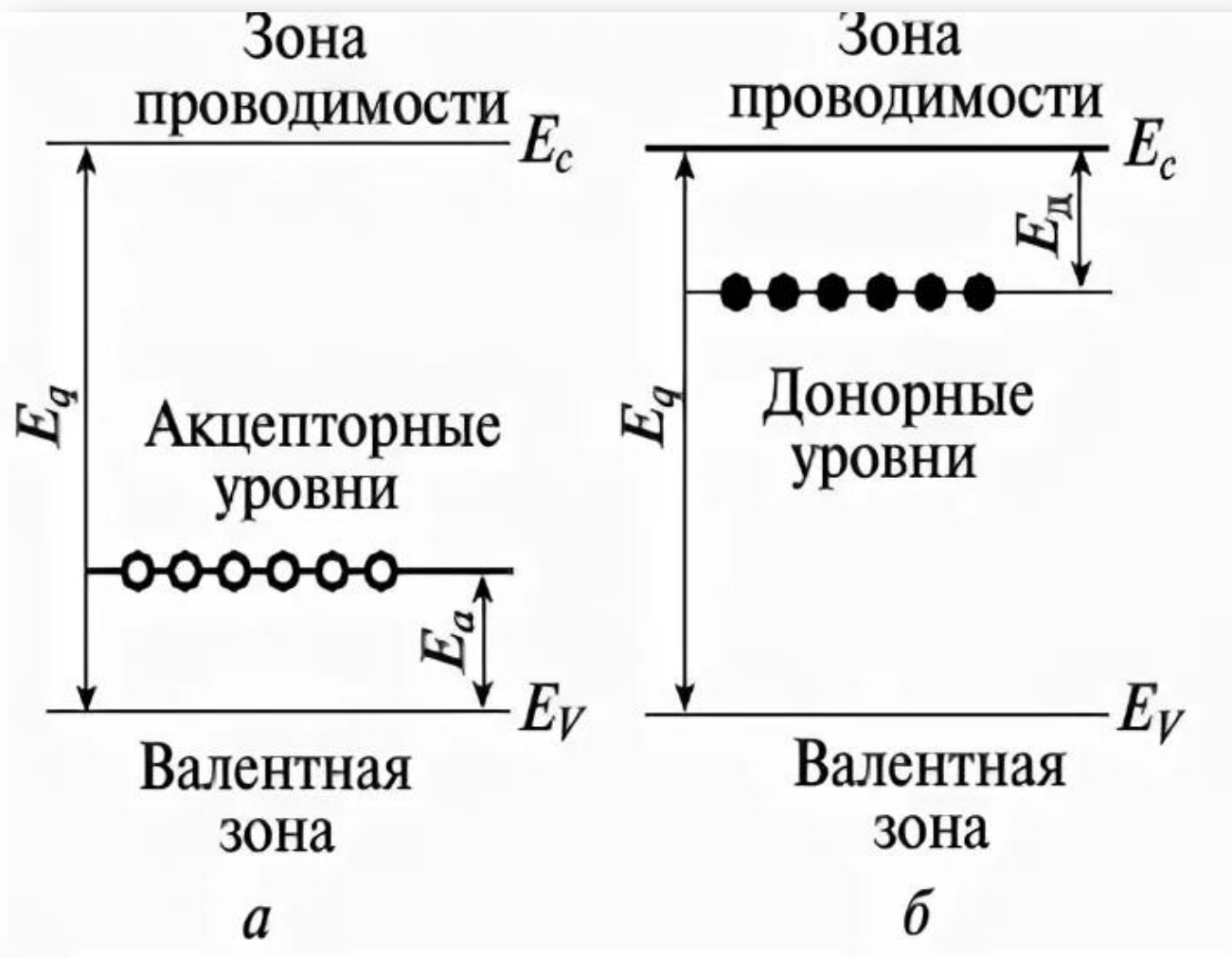


$T=300K$



IV валентный + III валентный
(Si, Ge) (B, Al, In)

при небольшой термической активации обеспечивают возникновение свободных дырок

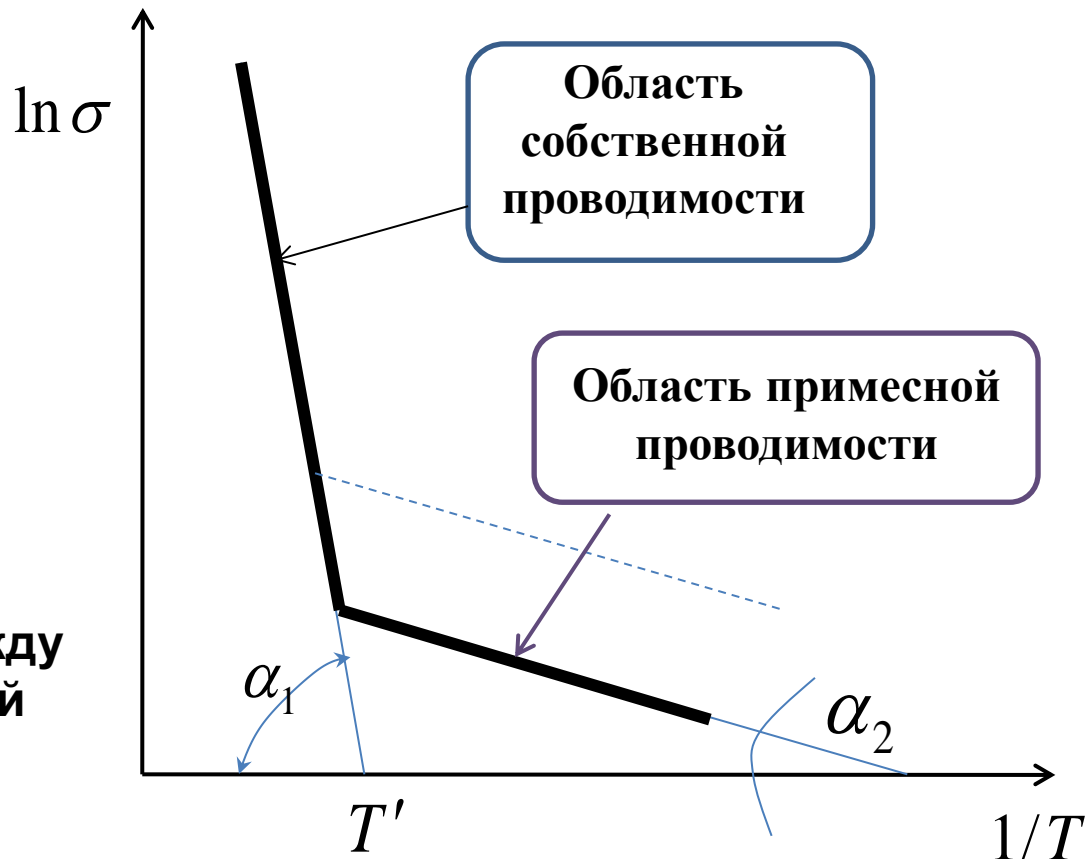


$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\Delta E_g}{2k}$$

определяется шириной запрещенной зоны (**область собственной проводимости**)

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\Delta E_d}{2k}$$

определяется шириной ЗЗ между донорными уровнями и зоной проводимости (**область примесной проводимости**)



$$\sigma(T) = \underbrace{\sigma_{0d} e^{-\Delta E_d / 2kT}}_{\text{доминирует при } T = T_{\text{комн}}} + \underbrace{\sigma_0 e^{-\Delta E_g / 2kT}}_{\text{доминирует при примесном истощении } T > T_{\text{комн}}}$$

σ_{0d}, σ_0 Слабо зависят от температуры